Feuille de TD n° 8
Révisions

Rappel : pour toute question avant l'examen ou pour obtenir la correction d'un exercice, n'hésitez pas à me contacter à l'adresse `charles@grellois.fr` — mais n'attendez pas la veille de l'épreuve...

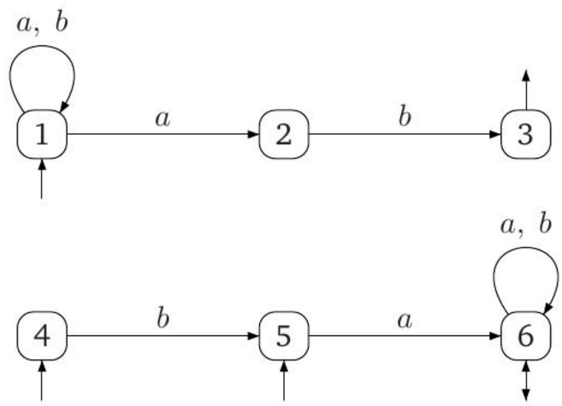
1 Automates

Exercice 1 : Divisibilité par 3

Donner un automate sur l'alphabet $\Sigma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ reconnaissant les nombres (en base 10) divisibles par 3.

Exercice 2 : Déterminisation

Déterminiser l'automate suivant :



Exercice 3 : Reconnaissabilité

Sur $\Sigma = \{a,b\}$, considérons le langage $\{a^n b^{n+k} | k \in \{-E(\frac{n}{2}), \ldots, E(\frac{n}{2})\}\}$. Est-il reconnaissable ? Si c'est le cas, donner un automate qui le reconnaît ; sinon, prouver qu'il ne l'est pas.

Exercice 4 : Langage préfixe

Montrer que si un langage $\mathcal{L}$ est reconnaissable, alors le langage formé des prefixes de tout les mots de $\mathcal{L}$ est lui aussi reconnaissable.

Exercice 5 : Langage miroir

Le langage miroir d'un langage Ł est le langage $\tilde{\mathcal{L}} = \{\tilde{u},\ u \in \mathcal{L}\}$, où $\tilde{u} = x_n \ldots x_1$ si $u = x_1 \ldots x_n$.
Décrire un procédé permettant de construire l'automate reconnaissant $\tilde{\mathcal{L}}$ connaissant celui de $\mathcal{L}$.

Calculer ainsi le langage miroir du langage $\mathcal{L}$ formé des mots commençant par *baa*.

2 Automates à pile

Exercice 6 : Palindromes

Etant donné un alphabet Σ, construire un automate à pile qui reconnaît le langage des palindromes sur celui-ci.

Exercice 7 : Intersection d'automates à pile

1. On considère les langages $\{a^n b^m c^m | (n,m) \in \mathbb{N}^2\}$ et $\{a^n b^n c^m | (n,m) \in \mathbb{N}^2\}$. Montrer qu'ils sont reconnus par des automates à pile (que l'on donnera).
2. Calculer l'intersection de ces deux langages. Est-elle reconnaissable par un automate à pile ? On pourra utiliser le lemme de pompage que l'on rappelle ici :

   Lemme de pompage pour les langages algébriques : Soit L un langage algébrique (c'est-à-dire reconnu par un automate à pile). Il existe un entier N tel que tout mot w de L de longueur $|w| \geq N$ possède une factorisation $w = xuyvz$ telle que $0 < |uv|, |uyv| \leq N$ et $xu^n yv^n z \in L$ pour tout entier $n \geq 0$.

3 Grammaires

Exercice 8 :

Sur $\Sigma = \{a, b\}$, donner une grammaire pour le langage des mots n'ayant pas autant de a que de b.

Question facultative (mais recommandée) : donner deux automates à pile reconnaissant ce langage, l'un par pile vide, l'autre par état final.

4 Exercice de synthèse

Exercice 9 :

Sur $\Sigma = \{a, b, c\}$, on considère le langage $L = \{wcw' | w, w' \in \{a, b\}^* \wedge |w| = |w'|\}$.

1. Montrer que ce langage n'est pas reconnaissable par un automate fini.
2. Donner un automate à pile reconnaissant ce langage.
3. Donner une grammaire pour ce langage.