Interrogation Ecrite n°2 — Correction

Architecture des Ordinateurs et Systèmes d'Exploitation

M2 CCI 2017-2018

Les seuls documents autorisés sont le polycopié du cours, l'énoncé de TD et vos notes manuscrites. Les téléphones, ordinateurs et autres moyens de communication sont rigoureusement interdits, **y compris pour faire des calculs**.

L'énoncé est à rendre avec la copie : vous pouvez compléter la table de vérité du circuit de l'exercice 4 directement sur cette feuille.

<u>Exercice 1 :</u> **Codage / Décodage d'entiers naturels (non-signés) (7 points)**

1) Encoder :
   a) $(2728)_{10}$ en base 2 puis en base 16 (par la méthode de conversion de base 2 en base 16 vue en cours)

<u>Correction :</u> on procède par la méthode des divisions successives.

- 2728 / 2 = 1364 reste 0
- 1364 / 2 = 682 reste 0
- 682 / 2 = 341 reste 0
- 341 / 2 = 170 reste 1
- 170 / 2 = 85 reste 0
- 85 / 2 = 42 reste 1
- 42 / 2 = 21 reste 0
- 21 / 2 = 10 reste 1
- 10 / 2 = 5 reste 0
- 5 / 2 = 2 reste 1
- 2 / 2 = 1 reste 0
- 1 / 2 = 0 reste 1

D'où on déduit : <u>$(2728)_{10} = (101010101000)_2$</u> (**attention** à bien lire les restes de bas en haut!)

Pour passer en hexadécimal (base 16), on fait des paquets de 4 qu'on traduit ensuite :

- $(1000)_2 = (8)_{16}$
- $(1010)_2 = (A)_{16}$
- $(1010)_2 = (A)_{16}$

D'où on déduit <u>$(2728)_{10} = (AA8)_{16}$</u>

   b) $(2254)_{10}$ en base 8 (par la méthode des divisions successives) puis en base 2 (par la méthode de conversion de base 8 en base 2 vue en cours)

<u>Correction :</u> par divisions successives :

- 2254 / 8 = 281 reste 6
- 281 / 8 = 35 reste 1
- 35 / 8 = 4 reste 3

- 4 / 8 = 0 reste 4

D'où, **<u>en lisant bien les restes de bas en haut,</u>** <u>$(2254)_{10} = (4316)_8$</u>

Pour passer en base 2, on remplace chaque chiffre en base 8 par le paquet de 3 bits correspondant.
On obtient <u>$(2254)_{10} = (100011001110)_8$</u>

2) Décoder (mettre en base 10) :
   a) $(1010001101)_2$

<u>Correction :</u> $(1010001101)_2 = 1*2^0 + 0*2^1 + 1*2^2 + 1*2^3 + 0*2^4 + 0*2^5 + 0*2^6 + 1*2^7 + 0*2^8 + 1*2^9$
<u>$= (653)_{10}$</u>

   b) $(1001111)_2$

<u>Correction :</u> $(1001111)_2 = 1*2^0 + 1*2^1 + 1*2^2 + 1*2^3 + 0*2^4 + 0*2^5 + 1*2^6$
<u>$= (79)_{10}$</u>

   c) $(A4C)_{16}$ (rappel : $16^2 = 256$)

<u>Correction :</u> $(A4C)_{16} = 10 * 16^2 + 4*16^1 + 12 * 16^0$
<u>$= (2636)_{10}$</u>

<u>Exercice 2 :</u> Opérations sur les entiers naturels (non-signés) codés en binaire (5 points)

Calculer :

1) $(01101101)_2 << (2)_{10}$ en mettant le résultat en taille fixe 8 bits

<u>Correction :</u> $(10110100)_2$

2) $(10101110)_2 >> (4)_{10}$ en mettant le résultat en taille fixe 8 bits

<u>Correction :</u> $(00001010)_2$

3) $(10110011)_2 + (10110110)_2$ en mettant le résultat en taille fixe 8 bits

<u>Correction :</u> $(01101001)_2$ (attention à bien mettre en taille fixe 8 bits, ce qui fait disparaître le bit de gauche valant 1)

4) $(10011011)_2 - (01101011)_2$ en mettant le résultat en taille fixe 8 bits

<u>Correction :</u> $(00110000)_2$

5) $(1011)_2 \times (101)_2$ en mettant le résultat en taille variable

<u>Correction :</u> $(110111)_2$

6) $(10110101)_2$ divisé par $(101)_2$, en donnant le quotient et le reste en taille variable

<u>Correction :</u> quotient $(100100)_2$ et reste $(1)_2$

<u>Exercice 3 :</u> Codage / Décodage d'entiers relatifs (5 points)

1) Encoder en base 2, en faisant apparaître les étapes intermédiaires :
   a) $(113)_{10}$

<u>Correction :</u> 113 est positif. Son encodage comme entier signé commencera donc par 0 (bit de signe), puis contiendra les 7 bits d'encodage de 113, encodé comme d'habitude (sans faire d'opérations de complément).
On a $(113)_{10} = (1110001)_2$ comme entier non-signé en taille variable. Ce codage fait bien 7 bits : il n'est pas nécessaire de le compléter avec des 0 à gauche.
<u>Comme entier signé, $(113)_{10} = (01110001)_2$</u>

   b) $(-113)_{10}$

<u>Correction :</u> -113 est négatif. Son encodage commencera donc par un bit de signe valant 1, puis continuera avec les 7 bits du complément à 2 de l'encodage de $(113)_{10}$.
On a vu que l'encodage de $(113)_{10}$ comme entier non-signé était $(1110001)_2$. On obtient le complément à 1 en inversant tous les bits : c'est (0001110). On obtient le complément à 2 en additionnant 1 à ce complément à 1 : le résultat est donc $(0001111)_2$.
Au final, l'encodage comme entier signé donne <u>$(-113)_{10} = (10001111)_2$.</u>

   c) $(-49)_{10}$

<u>Correction :</u> On procède de même. -49 est négatif, donc son encodage commencera par le bit de signe 1, puis contiendra les 7 bits du complément à 2 de l'encodage de 49 comme entier signé.

- Codage de 49 comme entier signé : c'est $(110001)_2$ en taille variable. Attention, on a besoin d'une taille fixe 7 bits pour continuer : on considérera donc l'encodage $(0110001)_2$.
- Complément à 1 de $(0110001)_2$: on inverse les bits un à un, et on obtient $(1001110)_2$.
- Complément à 2 de $(0110001)_2$: on ajoute 1 à $(1001110)_2$ et on obtient $(1001111)_2$
- Conclusion : l'encodage de $(-49)_{10}$ comme entier signé est <u>$(11001111)_2$</u>

2) Décoder, en faisant apparaître les étapes intermédiaires :
   a) $(10101011)_2$

<u>Correction :</u>

- Le bit de signe est 1 : le nombre est négatif. Il faudra donc décoder les 7 bits restants en utilisant le complément à 2.
- Complément à 1 de $(0101011)_2$: c'est $(1010100)_2$
- Complément à 2 de $(0101011)_2$: c'est $(1010101)_2$ qu'on obtient en additionnant 1 au complément à 1
- Décodage de $(1010101)_2$: on procède comme avec les entiers non-signés, et on obtient $1*2^0 + 0*2^1 +1*2^2 + 0*2^3 + 1*2^4 + 0*2^5 + 1* 2^6 = 85$
- Le résultat est donc <u>$(-85)_{10}$</u>

   b) $(11011001)_2$

<u>Correction :</u>

- Le bit de signe est 1 : le nombre est négatif. Il faudra donc décoder les 7 bits restants en utilisant le complément à 2.
- Complément à 1 de $(1011001)_2$: c'est $(0100110)_2$

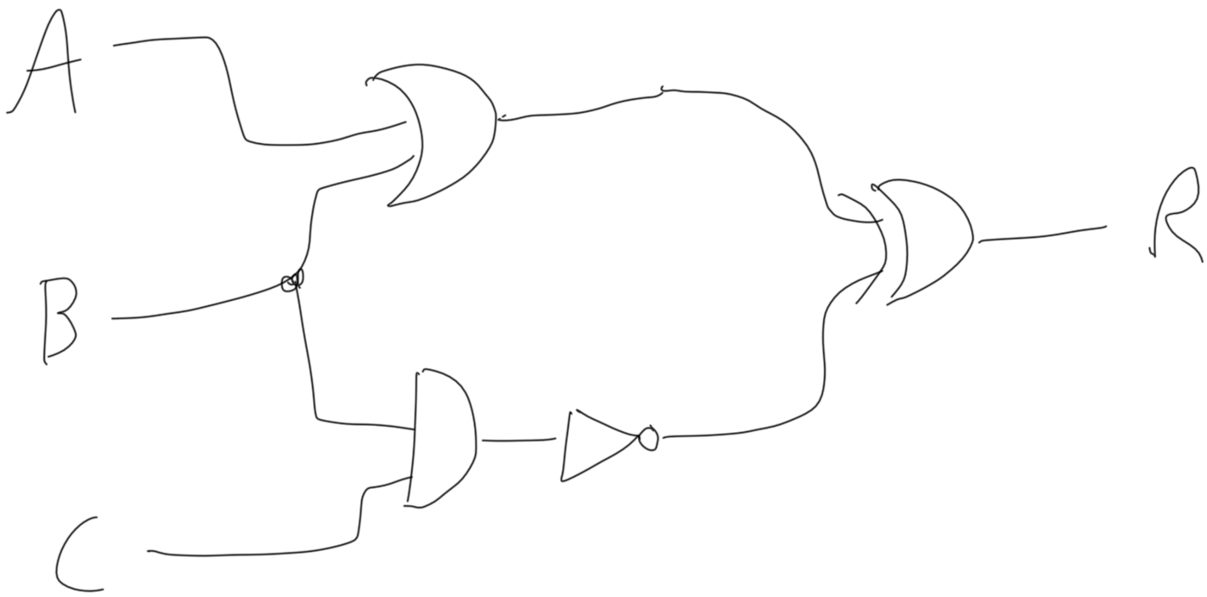
- Complément à 2 de $(1011001)_2$: c'est $(0100111)_2$
- Décodage de $(0100111)_2$: c'est $1*2^0 + 1*2^1 + 1*2^2 + 0*2^3 + 0*2^4+1*2^5+0*2^6 = 39$
- Le résultat est donc <u>$(-39)_{10}$</u>

<u>Exercice 4 :</u> Algèbre de Boole et circuits booléens (3 points)

Donner la formule booléenne équivalente au circuit suivant, et remplir la table de vérité.

<u>Correction :</u> formule équivalente :

[A OU B] XOR [NON (B ET C)]



A	B	C	A OU B	B ET C	NON (B ET C)	R
0	0	0	0	0	1	**1**
0	0	1	0	0	1	**1**
0	1	0	1	0	1	**0**
0	1	1	1	1	0	**1**
1	0	0	1	0	1	**0**
1	0	1	1	0	1	**0**
1	1	0	1	0	1	**0**
1	1	1	1	1	0	**1**